

Comportement thermique de dalles chauffantes électriques pour le stockage quotidien

Mohamed Amir, Marcel Lacroix*, Nicolas Galanis

Département de génie mécanique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, J1K 2R1, Canada

(Reçu le 30 janvier 1997, accepté le 30 juin 1998)

Abridged English version at the end of the text

Abstract—Thermal analysis of electric heating floor panels with daily heat storage. Electric heating of buildings results in considerable overloads of the distribution grid during peak winter periods. One way to alleviate this problem is to store electricity as thermal energy during off-peak hours and to discharge it during peak hours. In the present study, we examine the thermal behavior of two electric heating floor panels containing respectively water and *n*-octadecane paraffin in a concrete structure. In the first case, off-peak electricity is stored as sensible heat in the water and concrete, while in the second case it is primarily stored as latent heat in the paraffin. A transient one-dimensional model, validated analytically and experimentally, has been used for parametric studies with the choice of dimensions and operating characteristics for each panel. The one-dimensional paraffin is more compact than that with water (134 mm thickness versus 152 mm), stores more energy (2 880 kJ·m⁻² versus 2 415 kJ·m⁻²) and provides more comfort since the daily temperature fluctuations at its surface are less important (1.3 °C versus 3.8 °C). © Elsevier, Paris.

energy storage / phase change material / latent heat / heating panel / numerical study

Résumé — La surcharge des réseaux de distribution d'électricité causée par une demande trop forte en période de pointe pour le chauffage des bâtiments peut être atténuée en emmagasinant l'électricité sous forme de chaleur pendant les heures creuses. Dans ce travail, on étudie le comportement thermique de deux dalles chauffantes alimentées en électricité entre 22 h et 6 h seulement. Dans la première, le stockage se fait sous forme de chaleur sensible dans l'eau ; dans la seconde, il se fait sous forme de chaleur latente dans la paraffine *n*-octadécane. Un modèle transitoire unidimensionnel, validé analytiquement et expérimentalement, a servi pour effectuer des analyses paramétriques, afin de choisir les dimensions et les caractéristiques d'opération dans chaque cas. La dalle remplie de paraffine est plus mince que celle remplie d'eau (134 mm contre 152 mm), elle permet de stocker plus d'énergie (2 880 kJ·m⁻² contre 2 415 kJ·m⁻²) et fournit un meilleur confort, car la fluctuation quotidienne de sa température surfacique est plus faible (1,3 °C contre 3,8 °C). © Elsevier, Paris.

stockage d'énergie / matériau à changement de phase / chaleur latente / dalle chauffante / étude numérique

Nomenclature

A	superficie de la dalle chauffante	m ²	k	Conductivité thermique	W·m ⁻¹ ·K ⁻¹
C	capacité thermique massique	J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹	l_1, l_2, l_3	épaisseurs des différentes couches de la dalle	m
f	fraction liquide		L	variation d'enthalpie de fusion	J·kg ⁻¹
h_e	Coefficient d'échange de chaleur par convection naturelle à l'interface béton-eau	W·m ⁻² ·K ⁻¹	MCP	matériau à changement de phase	
h_C	Coefficient d'échange de chaleur par convection naturelle à l'interface béton-air	W·m ⁻² ·K ⁻¹	q''	flux de chaleur	W·m ⁻²
h_{RB}	Coefficient d'échange de chaleur par rayonnement	W·m ⁻² ·K ⁻¹	q'''	source de chaleur	W·m ⁻³
h	enthalpie sensible volumique	J·m ⁻³	\dot{Q}_{el}	Puissance calorifique dégagée par la source chaude	W
			t	temps	s
			T	température	K
			T_{air}	température de l'air dans la pièce chauffée	K
			T_m	température de fusion de la paraffine	K

* Correspondance et tirés à part.
 marcel.lacroix@gme.usherb.ca



T_{surf}	température moyenne des deux surfaces en contact avec l'eau.....	K
T_{surr}	température des parois environnantes (faces intérieures des murs de la pièce chauffée).....	K
T^*	température d'interruption du courant électrique.....	K
W	rapport entre la surface et le périmètre de la dalle.....	m
<i>Indices</i>		
b	béton	
c	convection	
e	eau	
l	liquide	
min	minimum	
max	maximum	
p	paraffine	
s	surface, solide	
<i>Symboles grecs</i>		
α	diffusivité thermique.....	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
δ, Δ	Incréments	
ε	émissivité	
ρ	masse volumique.....	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$
σ	constante de Stefan-Boltzmann....	$\text{W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$
β	coefficient d'expansion volumique..	K^{-1}
μ	viscosité.....	$\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-2}$

1. INTRODUCTION

Le chauffage électrique des bâtiments est assez répandu, particulièrement au Québec où environ 95 % des nouvelles constructions sont munies de tels systèmes. Évidemment, cette situation cause une surcharge importante du réseau électrique lors des périodes froides hivernales. Une façon de réduire la demande de pointe est d'emmagasiner l'énergie électrique sous forme de chaleur pendant les heures creuses (par exemple entre 22 h et 6 h) et de la restituer pour chauffer le bâtiment pendant le restant de la journée. Des accumulateurs de chaleur qui emmagasinent l'énergie sous forme de chaleur sensible dans des solides (briques...) ou des liquides (huiles...) sont déjà disponibles, mais présentent certains inconvénients : ils sont volumineux, lourds et leurs pertes thermiques pendant la période de stockage sont importantes, car ils doivent être portés à des températures élevées (700 à 800 °C). L'alternative est de les remplacer par des accumulateurs utilisant un matériau à changement de phase (MCP) : ces accumulateurs à chaleur latente sont plus compacts et fonctionnent à des températures modérées (autour de 50 °C).

Au cours des dernières années, de nombreux chercheurs se sont intéressés au problème du changement de phase solide-liquide en vue de concevoir des systèmes de stockage d'énergie par chaleur latente [1-4]. Ces études, aussi bien expérimentales que numériques, ont

pris en considération surtout des éléments de stockage de forme cylindrique (cylindres concentriques contenant séparément le MCP et le fluide caloporteur, échangeurs de chaleur à tubes et calandre avec le MCP côté calandre et le fluide caloporteur du côté tubes) ou parallélépipédique (une ou plusieurs couches de MCP autour desquelles circule le fluide caloporteur). Certaines de ces études ont mis en évidence le rôle important joué par la convection naturelle dans la phase liquide du MCP, alors que d'autres se sont concentrées sur la description du comportement énergétique global du système de stockage [5-8].

Parmi les différents systèmes de chauffage des bâtiments, celui des planchers chauffants présente un intérêt certain : il nécessite une source de chaleur à température faible et possède donc un rendement exergetique supérieur à celui des systèmes conventionnels à eau chaude ou à air chaud ; il produit aussi un environnement plus confortable, en diminuant le gradient vertical de la température dans l'air des pièces par rapport à celui des systèmes conventionnels. La configuration la plus répandue de ce concept consiste en une couche de béton isolée par le bas et dans laquelle sont encastrés des tubes. De l'eau à une température d'environ 35 °C circule à l'intérieur de ces tubes et chauffe le béton qui, à son tour, dégage de la chaleur, principalement par rayonnement et convection naturelle dans l'espace situé au-dessus de la dalle. Évidemment, cette dalle de béton constitue un accumulateur de chaleur sensible et peut être dimensionnée de façon à éliminer l'apport d'énergie primaire pour chauffer l'eau pendant les heures de pointe.

Comino et Nonino [9] ont étudié le comportement thermique dynamique d'une telle dalle chauffante à l'aide de la méthode des éléments finis. D'autre part, Shoenfelder [10] a breveté une dalle chauffante constituée d'une brique creuse en béton, dans laquelle est confinée de la paraffine servant d'élément de stockage d'énergie sous forme de chaleur, essentiellement latente. L'originalité de cette invention tient surtout à l'introduction de métal sous forme de poudre et de débris dans le béton, et sous forme de grille dans la paraffine, ce qui augmente considérablement la conductivité thermique de la dalle chauffante.

Cet article présente les résultats d'une étude sur un nouvel élément de stockage de chaleur destiné aux planchers chauffants. Celui-ci est constitué de deux couches de béton, entre lesquelles on place un corps de capacité thermique élevée : les résultats présentés ici ont été obtenus en utilisant de l'eau (stockage sous forme de chaleur sensible) et de la paraffine *n*-octadécane (stockage sous forme de chaleur latente principalement). L'ensemble est chauffé par des résistances électriques et vise l'élimination de la consommation d'électricité pour le chauffage entre 6 h et 22 h.

Après la formulation mathématique du problème, on présente la méthode de résolution numérique et on compare les prédictions du modèle avec les résultats expérimentaux mesurés sur deux prototypes simplifiés.

Le modèle est ensuite utilisé pour déterminer l'influence des principales caractéristiques de ces dalles chauffantes sur leurs performances en régime périodique. Enfin, les performances calculées des deux types de dalles sont comparées entre elles.

2. FORMULATION DU PROBLÈME

2.1. Description et mode de fonctionnement

La dalle chauffante étudiée est schématisée sur la *figure 1*. L'apport de chaleur se fait par l'intermédiaire de résistances électriques de très faible volume, réparties uniformément à l'interface entre la couche inférieure de béton isolant et le corps de capacité thermique élevée (l'eau ou la paraffine dans le cas de l'étude actuelle). La puissance de chauffage fournie par ces résistances est considérée comme constante. Celles-ci sont activées pendant 8 h en dehors des heures de pointe (entre 22 h et 6 h du matin) pour effectuer le chargement de l'unité. Les 16 heures restantes de la journée, incluant les heures de pointe, sont réservées au déstockage de la chaleur ainsi emmagasinée. Ce déstockage s'effectue par la surface supérieure de la dalle par convection naturelle vers l'air et par rayonnement vers les murs environnants. Pour des raisons de confort, la dalle chauffante doit être exploitée de façon à ce que :

– la température maximale de sa surface ne dépasse pas 30 °C [11, 12] ;

– la température de sa surface soit en tous temps supérieure ou égale à la température de consigne de l'air, qui est fixée à 20 °C ;

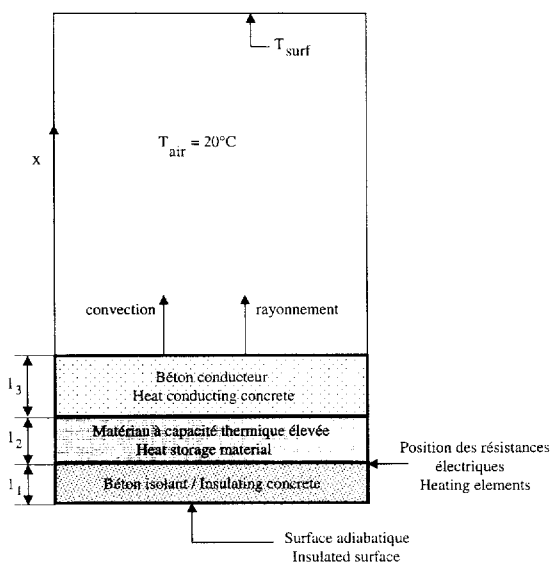


Figure 1. Représentation schématique de la dalle chauffante.
Figure 1. Schematic representation of the heating floor panel.

– l'écart entre les températures maximale et minimale de sa surface atteintes lors des cycles de stockage-déstockage soit le plus faible possible ;

– la consommation d'électricité soit minimale.

Enfin, pour des raisons de sécurité, nous considérons que les résistances électriques peuvent être désactivées, même pendant la période de stockage entre 22 h et 6 h, si la température du corps de capacité thermique élevée atteint une valeur maximale T^* .

2.2. Modélisation

On considère que le transfert de chaleur dans la dalle est instationnaire et unidimensionnel (selon la direction verticale x). Cette dernière hypothèse est justifiée par le fait que les dimensions horizontales de la dalle sont nettement supérieures à son épaisseur. On considère aussi que la surface inférieure de la dalle est adiabatique.

On suppose que tous les matériaux sont isotropes et homogènes. Leurs propriétés sont considérées comme indépendantes de la température (les variations de celle-ci étant faibles). Ces propriétés sont toutefois différentes pour les phases liquide et solide de la paraffine (voir *tableau I*) ; celles des deux types de béton sont spécifiées dans le *tableau II*.

L'équation de conservation d'énergie s'écrit donc de la façon suivante pour le béton :

$$\rho_b C_b \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_b \frac{\partial T}{\partial x} \right) \quad (1)$$

On suppose ensuite que la température de l'eau (cas 1) est uniforme à chaque instant et que l'énergie électrique dissipée par les résistances est entièrement fournie dans l'eau. La conservation d'énergie pour l'eau s'écrit donc :

$$\rho_e C_e l_2 A \frac{\partial T_e}{\partial t} = \dot{Q}_{el} - h_e A (T_e - T_{surf}) \quad (2a)$$

TABLEAU I / TABLE I Propriétés physiques de la paraffine <i>n</i> -octadécane. Physical properties of <i>n</i> -octadécane paraffin.	
Masse volumique [kg·m ⁻³] à 30 °C : ρ_L	775,5
ρ_S	814
Chaleur latente [J·kg ⁻¹] : L	243,5·10 ³
Chaleur massique [J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹] : c_L	2 660
c_S	2 200
Conductivité [W·m ⁻¹ ·K ⁻¹] : k_L	0,149
k_S	0,35
Coefficient d'expansion [K ⁻¹] : β	0,9·10 ⁻³
Viscosité dynamique [kg·m ⁻¹ ·s ⁻¹] : μ (à 30 °C)	3,8·10 ⁻³
Température de fusion : T_m	28 °C

TABLEAU II / TABLE II Propriétés physiques des matériaux solides. Physical properties of solid materials.			
Propriétés	Béton normal	Béton isolant	Plexiglas
Masse volumique [kg·m ⁻³] ρ	2 300	1 200	1 180
Capacité thermique massique [J·kg ⁻¹ ·K ⁻¹] C_P	880	880	1 358
Conductivité [W·m ⁻¹ ·K ⁻¹] k	1.4	0.35	0,195

fournie dans l'eau. La conservation d'énergie pour l'eau s'écrit donc :

$$\rho_e C_e l_2 A \frac{\partial T_e}{\partial t} = \dot{Q}_{el} - h_e A (T_e - T_{surr}) \quad (2a)$$

Le dernier terme de cette équation représente l'échange de chaleur par convection naturelle entre l'eau et les deux couches de béton. Le coefficient convectif correspondant est évalué d'après la corrélation suivante [13], valable pour une enceinte rectangulaire horizontale :

$$Nu = \frac{h_e l_2}{k_e} = 0,069 Ra_{l_2}^{1/3} Pr_e^{0,074} \quad (2b)$$

Dans le cas de la paraffine, l'équation de la conservation de l'énergie, formulée en termes d'enthalpie, s'écrit :

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_P \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \rho_P s L \frac{\partial f}{\partial t} \quad (3)$$

Le second terme du membre de droite de cette équation représente la chaleur latente absorbée lors de la fusion ou dégagée lors de la solidification : il est exprimé en fonction de la masse volumique du solide et de la fraction liquide f qui varie entre zéro (phase solide) et l'unité (phase liquide). Le premier terme du membre de droite, qui représente la conduction, est évalué avec la diffusivité du solide dans la région occupée par cette phase ; dans la région occupée par le liquide, il est évalué avec une diffusivité équivalente, qui tient compte de la convection naturelle dans cette phase [8]. La nécessité d'utiliser une telle diffusivité équivalente est justifiée au § 3.3.

Les conditions aux limites sont les suivantes :

- à la frontière inférieure de l'élément ($x = 0$) :

$$-k_b \frac{\partial T_b}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

- à l'interface béton-eau (cas 1) :

$$-k_b \frac{\partial T_b}{\partial x} = h_e (T_e - T_b) \quad (5a)$$

cette relation s'applique aussi bien à $x = l_1$ qu'à $x = l_1 + l_2$, avec h_e donné par l'équation (2b) ;

- à l'interface béton-paraffine (cas 2) :

$$-\left(\alpha \frac{\partial h}{\partial x} \right)_P = -\left(\alpha \frac{\partial h}{\partial x} \right)_b + \dot{Q}_{el}/A \quad (5b)$$

- à la surface supérieure de l'élément (c'est-à-dire à $x = l_1 + l_2 + l_3$) :

$$-k_b \frac{\partial T_b}{\partial x} = h_C (T_b - T_{air}) + h_R (T_b - T_{surr}) \quad (6a)$$

Le coefficient de convection naturelle entre le béton et l'air h_C est évalué d'après la corrélation suivante [13], valable pour une plaque horizontale chauffée par le bas :

$$Nu = \frac{h_C W}{k_{air}} = 0,54 Ra_W^{1/4} \quad (6b)$$

Par ailleurs, le coefficient d'échange radiatif h_R est obtenu en utilisant l'expression suivante :

$$h_R = \varepsilon \sigma (T_b^2 + T_{surr}^2) (T_b + T_{surr}) \quad (6c)$$

Pour les calculs, nous avons pris $\varepsilon = 0.9$, $T_{air} = 20$ °C et $T_{surr} = 15$ °C.

Donc le modèle de la dalle est constitué des équations (1), (2a), (2b), (4), (5a), (6a), (6b) et (6c) dans le cas 1 (avec l'eau) et des équations (1), (3), (4), (5b), (6a), (6b) et (6c) dans le cas 2 (avec la paraffine). À l'instant où on commence à chauffer le système, on considère que toutes les composantes sont à une température uniforme de 15 °C.

2.3. Résolution numérique

Les équations (1)-(3), ainsi que leurs conditions aux limites respectives, ont été discrétisées à l'aide de différences centrées du deuxième ordre dans l'espace et du schéma d'Euler implicite dans le temps. Ainsi, dans le béton, l'équation (1) discrétisée devient

$$a_P T_P = a_O T_O + a_E T_E + T_P^{\circ} \quad (7)$$

$$\text{où } a_O = \alpha_b \frac{\Delta t}{\Delta x^2}, \quad a_E = \alpha_b \frac{\Delta t}{\Delta x^2}, \quad a_P = 1 + a_O + a_E$$

Les indices O, P, et E indiquent les nœuds ouest, centre et est de la grille de calcul et l'exposant «°» indique une quantité évaluée au temps passé. Les autres valeurs sont estimées au temps présent.

Pour l'eau, l'équation (2a) discrétisée est :

$$\left(b + \frac{1}{\Delta t} \right) T_e = a + \frac{1}{\Delta t} T_e^{\circ} + b T_{surr} \quad (8)$$

$$\text{où } a = \frac{\dot{Q}_{el}}{l_2 A \rho c_e} \quad \text{et} \quad b = \frac{h_e}{l_2 \rho c_e}$$

Enfin, l'équation discrétisée de la conduction de chaleur dans la paraffine (3) s'exprime ainsi :

$$a_P h_P = a_O h_O + a_E h_E + h_P^{\circ} + \rho_s L (f_P - f_P^{\circ}) \quad (9)$$

$$\text{où } a_O = \alpha \frac{\Delta t}{\Delta x^2}, \quad a_E = \alpha \frac{\Delta t}{\Delta x^2}, \quad a_P = 1 + a_W + a_E$$

Dans le cas où la dalle est remplie d'eau, les équations aux différences (7) et (8), couplées par la condition à la limite (5a), sont résolues itérativement. Pour un intervalle de temps donné, la convergence est atteinte lorsque la variation de la température de l'eau calculée à l'aide de l'équation (8) est de moins de 0,01 % d'une itération à l'autre. En général, moins de quatre itérations sont nécessaires pour satisfaire ce critère.

Dans le cas où la dalle est remplie de paraffine, les équations aux différences (7) et (9), couplées par la condition à la limite (5b), sont résolues simultanément à l'aide de la méthode de Gauss. La résolution de ce système d'équations est toutefois itérative, car le dernier terme du membre de droite de l'équation (9) fait apparaître la fraction liquide f . Ce terme permet de suivre l'évolution de la chaleur latente de fusion. La fraction liquide f est égale à 1 dans les volumes de contrôle remplis de MCP fondu, nulle aux endroits où le MCP est solide et prend des valeurs entre 0 et 1 au voisinage du front de fusion. Sa valeur est déterminée de manière itérative à partir de la solution de l'équation enthalpique discrétisée (9). Ainsi, après la $(k + 1)^{\text{e}}$ évaluation de l'équation (9) dans la totalité de l'espace occupé par le MCP, celle-ci peut être écrite sous la forme

$$h_P = \frac{1}{a_P} [a_O h_O + a_E h_E - h_P^{\circ} + \rho_S L (f^{\circ} - f^k)_P] \quad (10)$$

Si le changement de phase se produit autour du nœud P, soit $0 < f < 1$, alors la k^{e} évaluation de la fraction liquide doit être mise à jour pour faire en sorte que le membre de gauche de l'équation (10), c'est-à-dire l'enthalpie sensible au nœud P, soit nul :

$$0 = \frac{1}{a_P} [a_O h_O + a_E h_E + h_P^{\circ} + \rho_S L (f^{\circ} - f^{k+1})_P] \quad (11)$$

En soustrayant (11) de (10), on obtient la mise à jour de la fraction liquide aux nœuds où le changement de phase s'est produit :

$$f^{k+1} = f^k + \frac{a_P h_P}{\rho_S L} \quad (12)$$

La mise à jour de la fraction liquide nodale est effectuée en chaque nœud du domaine de calcul après l'obtention de la k^{e} solution du système linéaire (7) et (9). La convergence est généralement atteinte en moins de trois itérations, c'est-à-dire lorsqu'il n'y a plus de changement de phase au cours d'un même pas de temps.

3. VALIDATION DU MODÈLE

Le modèle proposé et le code de calcul numérique ont été validés en deux étapes. Ainsi, dans un premier temps, les prédictions numériques pour le problème

de Stefan ont été comparées à la solution analytique correspondante. Ensuite, deux prototypes simplifiés de la dalle chauffante -- un avec l'eau, l'autre avec de la paraffine -- ont été construits, instrumentés et testés ; les résultats expérimentaux ainsi obtenus ont été comparés avec les prédictions numériques.

3.1. Comparaison avec la solution analytique (problème de Stefan)

Il s'agit de la fusion d'un bloc semi-infini ($0 \leq x < \infty$) de MCP pur, initialement à la température de fusion T_m . On lui impose une température constante $T_L > T_m$ à sa surface ($x = 0$) et on suppose que toutes ses propriétés sont constantes et uniformes ; de plus, pendant la fusion, la phase solide et l'interface liquide-solide sont à la température de fusion. On suppose aussi que le transfert de chaleur se fait uniquement par conduction.

La solution analytique à ce problème est la solution classique de Neumann [16], selon laquelle la position du front de fusion est donnée par :

$$x(t) = 2\lambda \sqrt{\alpha_L t} \quad (13a)$$

où λ est la solution de «l'équation transcendente» :

$$\lambda e^{\lambda^2} \operatorname{erf}(\lambda) = c_1 (T_L - T_m) / L \sqrt{\pi} \quad (13b)$$

La figure 2 compare les résultats analytiques pour la paraffine *n*-octadécane et $T_L = 38^\circ\text{C}$ avec les résultats numériques correspondants. Ces derniers ont été évalués pour différents pas de temps et pour différentes discrétisations spatiales (M indique le nombre de nœuds espacés uniformément sur les 4 premiers centimètres du bloc de paraffine). On constate qu'un pas de temps de 5 s, avec une distance de 0,5 mm ($M = 81$) entre les nœuds, donne des résultats numériques presque identiques aux résultats analytiques.

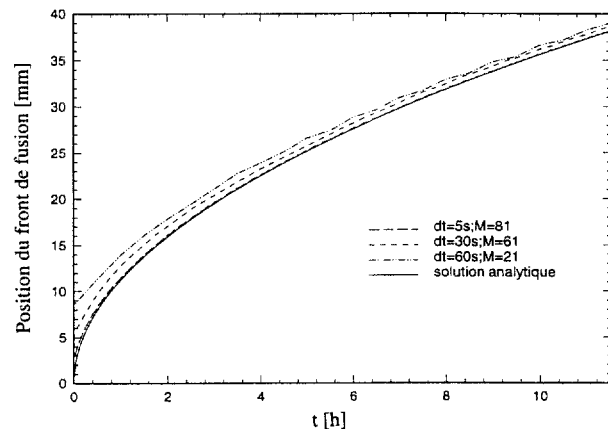


Figure 2. Position du front de fusion en fonction du temps.

Figure 2. Position of the solid-liquid interface as a function of time.

3.2. Comparaison avec des valeurs expérimentales pour l'eau

Dans ce cas, la validation vise l'hypothèse d'une température uniforme pour l'eau (voir équation (2a)) et l'utilisation des corrélations (2a) et (6b) pour les coefficients de transfert convectifs. En effet, la conduction dans le béton (voir équation (1)) n'a pas besoin de validation. Nous avons donc construit une enceinte parallélépipédique rectangulaire en plexiglas, de dimensions intérieures 400 mm de longueur sur 200 mm de largeur et 26 mm de hauteur, remplie d'eau. L'épaisseur du fond de l'enceinte est $l_1 = 12$ mm, tandis que celle de sa paroi supérieure est $l_3 = 3$ mm. De minces résistances électriques en forme de ruban, dont la largeur est de 1,5 mm, ont été collées au fond de la cavité, à 15 mm l'une de l'autre. La puissance électrique fournie est de $15 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ pendant une durée de 8 h (période de stockage). L'extérieur des parois verticales et du fond de l'enceinte est recouvert de polystyrène (épaisseur de 25,4 mm) pour limiter les pertes thermiques en ces endroits. Des thermocouples installés dans l'eau, ainsi que sur les parois de l'enceinte, permettent de mesurer la température et d'estimer les transferts thermiques correspondants à des intervalles de temps réguliers.

Pour les calculs numériques, les valeurs des coefficients convectifs h_e et h_c obtenus à partir des équations (2b) et (6b) sont respectivement 125 et $4 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ pour les conditions expérimentales. Les propriétés physiques du plexiglas sont spécifiées dans le *tableau II*. Des calculs préliminaires avec un pas d'espace $\Delta x = 2$ mm et différents pas de temps ont démontré que les résultats calculés avec $\Delta t = 60, 30,$ et 10 s pratiquement identiques. Donc, les calculs avec l'eau ont tous été réalisés avec $\Delta x = 2$ mm et $\Delta t = 60$ s.

La *figure 3* fait apparaître un excellent accord entre les valeurs mesurées et prédites de la température de l'eau : à part une valeur en tout début de la période de déstockage, l'écart relatif entre les valeurs calculées et mesurées est toujours inférieur à 3 %. À la lueur de ces résultats, nous considérons que le modèle proposé pour la dalle avec l'eau, ainsi que le code numérique correspondant, représentent correctement ce phénomène.

3.3. Comparaison avec les valeurs expérimentales pour la paraffine

Le montage expérimental est ici à peu près le même que pour le cas précédent : l'enceinte parallélépipédique en plexiglas disposée horizontalement, de dimensions intérieures 400 mm sur 200 mm, contient 12 mm de paraffine *n*-octadécane, initialement à $20,5$ °C (donc en phase solide). Dix-neuf résistances chauffantes minces en cuivre sont disposées au fond de l'enceinte : une plaque d'aluminium de 0,2 mm d'épaisseur est installée sur ces résistances afin d'uniformiser le flux de chaleur vers la paraffine. L'uniformité de sa température a été

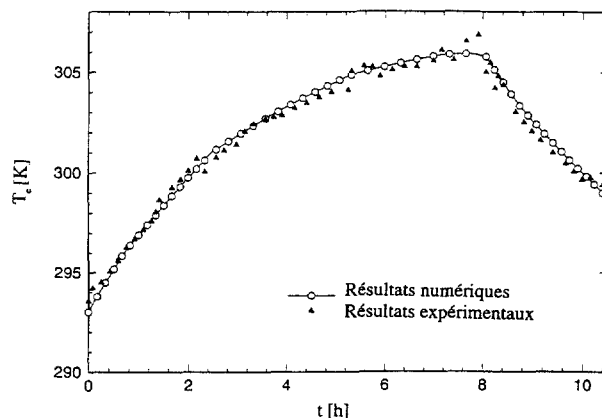


Figure 3. Évolution de la température de l'eau pendant un cycle de stockage-déstockage.

Figure 3. Water temperature as a function of time during a charging-discharging cycle.

vérifiée à l'aide de trois thermocouples collés sur la plaque d'aluminium. D'autres thermocouples, installés dans la paraffine et sur les parois de l'enceinte, ont permis de mesurer la température et d'estimer les transferts thermiques correspondants à des intervalles de temps réguliers. Comme dans le cas précédent, les côtés verticaux et le dessous de l'enceinte sont recouverts d'une couche de polystyrène. La puissance électrique fournie aux résistances est égale à $280 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$.

La simulation numérique a été faite avec les valeurs des propriétés déjà spécifiées et avec les pas de temps et d'espace identiques à ceux du problème de Stefan ($\Delta t = 5$ s et $\Delta x = 0,5$ mm). Le coefficient de convection naturelle h_c , évalué à l'aide de l'équation (2b), était égal à $4 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{K}^{-1}$ pour les conditions expérimentales.

La *figure 4a* compare les valeurs ainsi calculées de la température de la paraffine à 10 mm au-dessus des résistances avec les valeurs mesurées correspondantes, pour une expérience dont la durée de stockage est égale à 3 h 55 min et dont la durée de déstockage est d'environ 12 h. Qualitativement, la solution numérique est assez fidèle à l'évolution expérimentale ; donc, le modèle conductif exprimé par l'équation (3) est adéquat pour représenter les phénomènes physiques qui se produisent dans la paraffine. Par contre, sur le plan quantitatif, la solution numérique surestime considérablement la température maximale atteinte à la fin de la période, de stockage, ainsi que la durée de la période avec des températures supérieures à celles de la fusion ($T > 28$ °C). Ces différences quantitatives sont dues au fait que le modèle conductif sous-estime la chaleur transférée à travers la couche de paraffine liquide. En effet, les mouvements de convection naturelle qui se développent au sein de celle-ci augmentent le transfert de chaleur vers le solide situé au-dessus. Afin de corriger ces écarts, il suffit de remplacer la conductivité (ou la diffusivité) du liquide par une valeur effective plus élevée, ainsi que l'ont proposé Farid et Husian [2].

Pour déterminer cette conductivité effective, nous avons augmenté progressivement sa valeur jusqu'à ce que les résultats numériques correspondent au mieux avec les résultats expérimentaux. La *figure 4b* compare les résultats expérimentaux de la *figure 4a* avec les résultats numériques obtenus avec une conductivité effective de $0.325 \text{ W}\cdot\text{m}\cdot\text{K}^{-1}$ pour le liquide. On remarque que l'accord entre les valeurs numériques et expérimentales est nettement meilleur que sur la figure précédente ; l'erreur maximale se produit à la fin de la période de stockage et est égale à 7 % de la valeur mesurée. Il faut mentionner également que cette valeur de la conductivité effective satisfait à la corrélation proposée par Farid et Hussian [2]. À la lumière de ces résultats, nous considérons que le modèle proposé pour la dalle avec la paraffine, ainsi que le code numérique correspondant, représentent correctement le transfert de chaleur avec changement de phase dans le MCP.

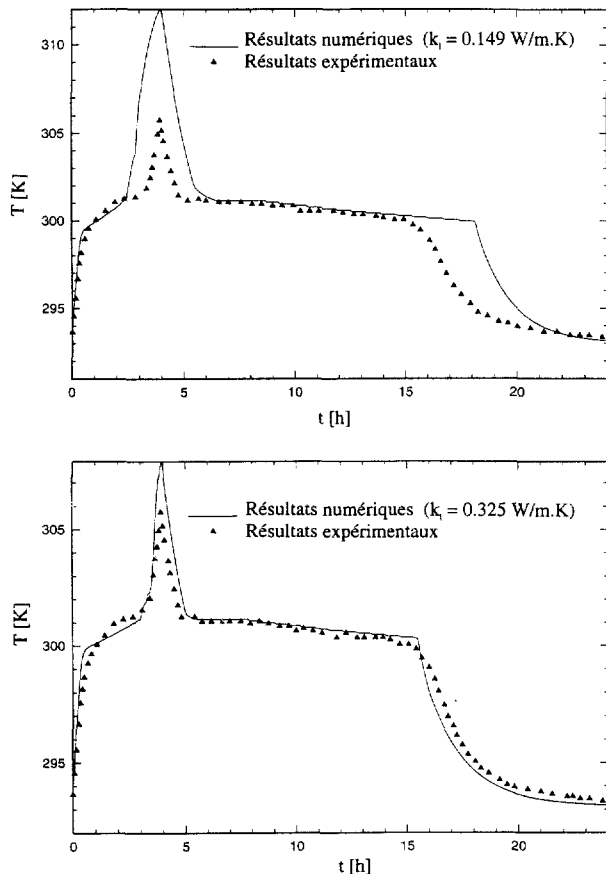


Figure 4. Évolution de la température de la paraffine pendant un cycle de stockage-déstockage.

Figure 4. Paraffin temperature as a function of time during a charging-discharging cycle.

4. ANALYSE PARAMÉTRIQUE ET DISCUSSION

L'objectif de cette partie de l'étude est d'établir l'effet des principales dimensions (c'est-à-dire l_1 , l_2 et l_3) de la puissance électrique \dot{Q}_{el}/A et de la température d'interruption du courant T^* sur la performance des deux types de dalle. Cet objectif est réalisé à l'aide des modèles numériques décrits précédemment.

4.1. Dalle avec l'eau

Plusieurs simulations ont été effectuées sur quelques cycles consécutifs constitués d'une période de stockage de 8 h suivie d'une période de déstockage de 16 heures, en faisant varier les cinq paramètres identifiés au paragraphe précédent. La *figure 5* présente des résultats typiques pour l'évolution de la température de la surface de la dalle. On y remarque qu'au début, cette température est inférieure à celle de l'air (20°C), puisque sa valeur initiale a été supposée égale à 15°C ; la valeur maximale atteinte vers la fin de la première période de stockage est donc inférieure à celle des cycles subséquents. On remarque aussi qu'à partir du deuxième cycle, le profil de température est périodique.

La *figure 5* montre aussi que l'amplitude de la variation périodique de cette température diminue quand l'épaisseur de la couche d'eau l_2 augmente.

À partir d'autres résultats, qui ne sont pas présentés ici, faute d'espace, il a été établi que l'augmentation de chacune des deux épaisseurs de béton l_1 et l_3 conduit aussi à une diminution de cette amplitude. Ces résultats ne sont pas surprenants, puisque l'augmentation de la masse de la dalle doit effectivement conduire à une atténuation des fluctuations de sa température de surface.

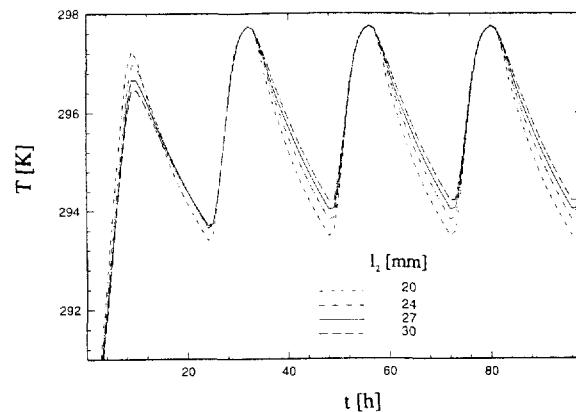


Figure 5. Évolution de la température de surface du plancher pour différentes épaisseurs de la couche d'eau ($l_1 = 30 \text{ mm}$, $l_3 = 95 \text{ mm}$, $\dot{Q}_{el}/A = 100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, $T^* = 30^\circ\text{C}$).

Figure 5. Temperature of the floor surface as a function of time for different water thicknesses ($l_1 = 30 \text{ mm}$, $l_3 = 95 \text{ mm}$, $\dot{Q}_{el}/A = 100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, $T^* = 30^\circ\text{C}$).

La *figure 6* présente l'évolution du flux de chaleur cédé par la dalle. Pour la raison évoquée précédemment, au début du premier cycle, le transfert de chaleur se fait vers la dalle. Mais il faut noter que cette situation indésirable se reproduit aussi vers la fin de la période de déstockage, même si on augmente considérablement la puissance électrique fournie pendant le stockage. Afin d'éviter cette situation, qui survient lorsque la température de la surface de la dalle est inférieure à celle de l'air, on doit augmenter la valeur de la température d'interruption du courant T^* . La *figure 7* indique que, pour une combinaison donnée l_1 , l_2 , l_3 , il existe une valeur critique de T^* (égale à 300 K pour le cas de cette figure) et toute une gamme de valeurs de \dot{Q}_{el}/A , qui permettent d'éviter le refroidissement excessif de la surface de la dalle.

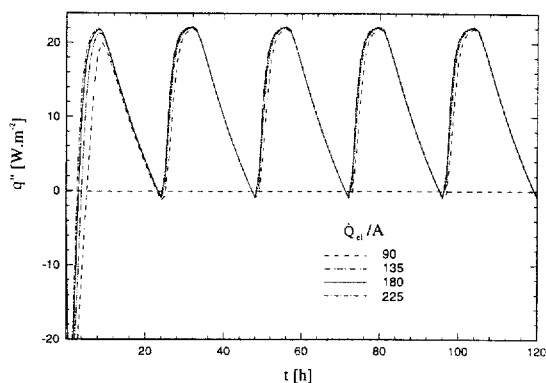


Figure 6. Flux de chaleur cédé par la dalle en fonction du temps pour différentes puissances électriques ($l_1 = 30$ mm, $l_2 = 27$ mm, $l_3 = 95$ mm, $T^* = 26$ °C).

Figure 6. Heat flux at the floor surface for different electric resistance capacities ($l_1 = 30$ mm, $l_2 = 27$ mm, $l_3 = 95$ mm, $T^* = 26$ °C).

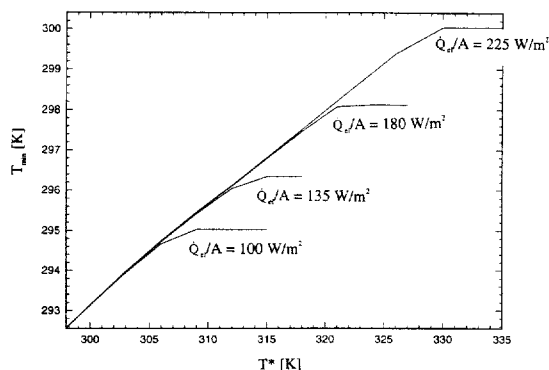


Figure 7. Température minimale de la surface du plancher en fonction de la température d'interruption du courant ($l_1 = 30$ mm, $l_2 = 27$ mm, $l_3 = 95$ mm).

Figure 7. Minimum temperature of the floor surface as a function of the cut-off temperature ($l_1 = 30$ mm, $l_2 = 27$ mm, $l_3 = 95$ mm).

Finalement, la *figure 8* indique que la consommation électrique de la dalle augmente lorsque l'épaisseur de la couche d'eau l_2 augmente et qu'elle diminue lorsque celle de la couche de béton conducteur l_3 augmente. D'autres résultats [14] indiquent que cette consommation augmente quand l'épaisseur de la couche de béton isolant l_1 augmente.

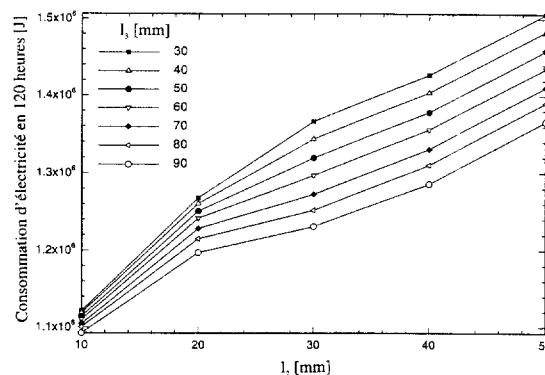


Figure 8. Consommation électrique pour différentes épaisseurs de la couche d'eau et de béton conducteur ($l_1 = 30$ mm, $\dot{Q}_{el}/A = 100$ W·m⁻², $T^* = 30$ °C).

Figure 8. Electricity consumption for different thicknesses of the water and conducting concrete ($l_1 = 30$ mm, $\dot{Q}_{el}/A = 100$ W·m⁻², $T^* = 30$ °C).

À la lueur de ces résultats, il est évident qu'on a intérêt à choisir une épaisseur de béton conducteur l_3 la plus élevée possible, afin de minimiser la consommation d'électricité ainsi que l'amplitude des fluctuations de la température à la surface supérieure de la dalle. Mais un tel choix rendrait le plancher plus lourd et augmenterait le coût de la construction. Nous avons donc choisi une épaisseur $l_3 = 95$ mm, conformément aux spécifications du code national du bâtiment du Canada [18] pour un plancher porteur.

Le choix de la puissance électrique \dot{Q}_{el}/A a été fixée à 100 W·m⁻², afin que la dalle puisse subvenir aux besoins de chauffage d'une résidence unifamiliale de 100 m², qui sont estimés à environ 10 kW. Par ailleurs, la température d'interruption du courant T^* a été choisie égale à 30 °C, afin que la température maximale de la surface du plancher n'atteigne jamais cette valeur, inconfortable pour les occupants. La *figure 9* montre l'effet des deux autres épaisseurs l_1 et l_2 sur la température minimale de la surface du plancher. Les combinaisons acceptables de l_1 et l_2 , c'est-à-dire celles qui ne conduisent pas à une température minimale de la surface du plancher inférieure à celle de l'air (20 °C), se situent à droite de la «ligne d'épaisseur minimale». On remarque que cette exigence peut être respectée en augmentant, soit l_1 , soit l_2 . Mais, afin de maintenir l'épaisseur totale $l_1 + l_2$ aussi faible que possible, tout en se donnant une marge de sécurité d'environ 1 K pour la température minimale de la surface du plancher par rapport à celle de l'air, on a choisi la combinaison $l_1 = 30$ mm et $l_2 = 27$ mm.

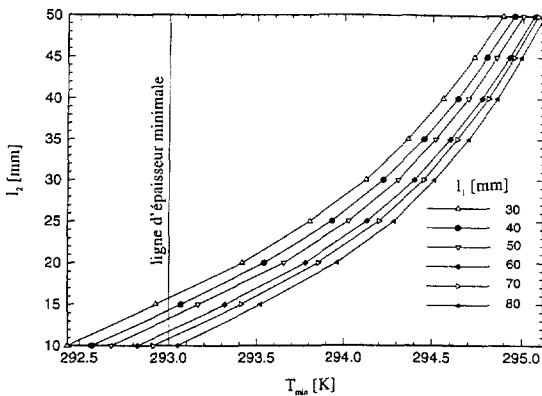


Figure 9. Effet des épaisseurs l_1 et l_2 sur la température minimale de la surface du plancher ($l_1 = 30$ mm, $\dot{Q}_{el}/A = 100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, $T^* = 30^\circ\text{C}$).

Figure 9. Effect of thicknesses l_1 et l_2 on the minimum surface temperature ($l_1 = 30$ mm, $\dot{Q}_{el}/A = 100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$, $T^* = 30^\circ\text{C}$).

En résumé, les spécifications de la dalle chauffante avec l'eau sont $l_1 = 30$ mm, $l_2 = 27$ mm, $l_3 = 95$ mm. $\dot{Q}_{el}/A = 100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ et $T^* = 30^\circ\text{C}$. Sa performance en régime périodique établi est caractérisée par les valeurs suivantes : températures minimale et maximale de sa surface respectivement égales à 294 K et 297,8 K ; chaleur stockée égale à 2 415 $\text{kJ}\cdot\text{m}^{-2}$ par jour. Cette dernière valeur indique que la durée du stockage est inférieure à 8 h, car la température de l'eau atteint la valeur d'interruption du courant $T^* = 30^\circ\text{C}$. Par ailleurs, cette chaleur stockée, qui est égale à la consommation électrique de l'élément chauffant, correspond à la charge de chauffage d'une résidence de surface habitable de 100 m^2 et de conductance globale égale à 200 $\text{W}\cdot\text{K}^{-1}$ lors d'une journée dont la température extérieure moyenne est 5 $^\circ\text{C}$.

4.2. Dalle avec la paraffine

Pour les mêmes raisons que dans le cas précédent, l'épaisseur de la couche supérieure de béton est fixée à $l_3 = 95$ mm. La figure 10 illustre les effets des épaisseurs l_1 et l_2 sur l'écart maximal de température à la surface du plancher. Elle montre que cet écart de température diminue quand l'épaisseur de la couche de paraffine augmente. Le point de changement brusque de la pente de ces courbes correspond à une épaisseur de la couche de paraffine telle que celle-ci fond complètement, sans surchauffe dans sa partie supérieure. À gauche de ce point (c'est-à-dire pour des épaisseurs de paraffine faibles), toute la paraffine est en état de liquide surchauffé à la fin de la période de stockage ; dans ces conditions, une partie importante de l'énergie est emmagasinée sous forme de chaleur sensible et la température maximale de la surface est élevée,

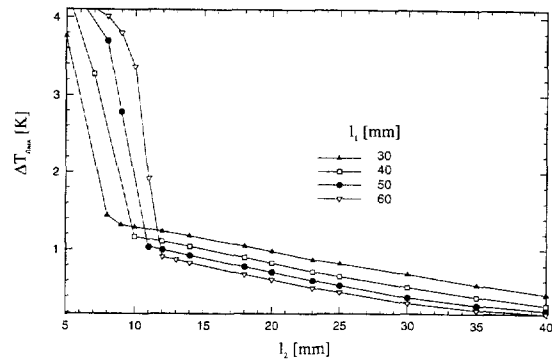


Figure 10. Écart maximal de température à la surface du plancher ($l_3 = 95$ mm, $\dot{Q}_{el}/A = 100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$).

Figure 10. Maximum temperature difference at the floor surface ($l_3 = 95$ mm, $\dot{Q}_{el}/A = 100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$).

voire inconfortable. Par contre, à droite de ce point (c'est-à-dire pour des épaisseurs de paraffine élevées), la température de la paraffine liquéfiée demeure au voisinage du point de fusion à la fin de la période de stockage.

Plusieurs simulations de cycles de stockage et de déstockage ont été effectuées en faisant varier l_1 et l_2 . Certains des résultats obtenus sont illustrés sur les trois figures suivantes. Plus particulièrement, la figure 11 montre l'évolution de la fraction totale de paraffine fondue pour différentes valeurs de l_2 et pour des épaisseurs l_1 et l_3 des couches de bétons fixées respectivement à 30 et 95 mm. La fraction fondue est égale à 1 lorsque la masse de paraffine est entièrement liquide et nulle lorsqu'elle est entièrement solide. Cette figure montre qu'une couche de paraffine de 9 mm répond le mieux aux exigences imposées : pendant la période de stockage, la fusion est complète et, pendant la période de déstockage, la solidification est aussi

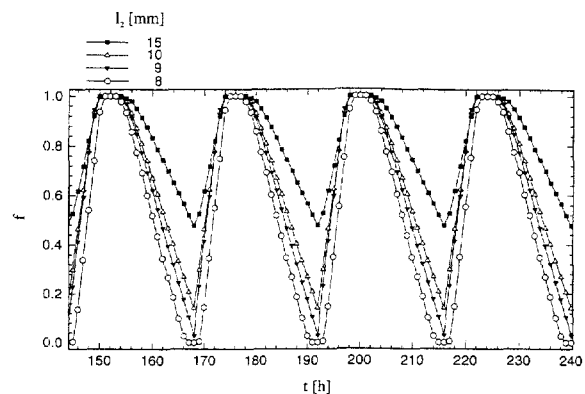


Figure 11. Évolution de la fraction fondue de la paraffine ($l_1 = 30$ mm, $l_3 = 95$ mm, $\dot{Q}_{el}/A = 100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$).

Figure 11. Fraction of paraffin in liquid state ($l_1 = 30$ mm, $l_3 = 95$ mm, $\dot{Q}_{el}/A = 100 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$).

complète. Si l'épaisseur de la couche de paraffine est supérieure à 9 mm, une partie de la chaleur latente n'est jamais récupérée (solidification incomplète), alors que, si elle est inférieure à 9 mm, la possibilité de stockage par chaleur latente n'est pas pleinement exploitée. La figure 12 illustre, dans le cas optimal ($l_2 = 9$ mm), le fait que la chaleur totale chargée et déchargée lors des cycles répétitifs est presque entièrement de la chaleur latente, ce qui est souhaité.

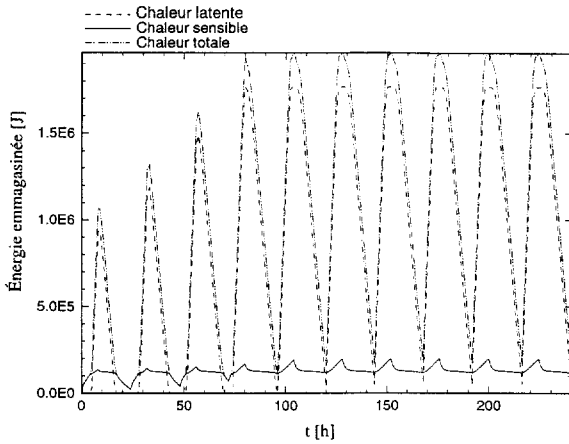


Figure 12. Évolution de l'énergie emmagasinée ($l_1 = 30$ mm, $l_2 = 9$ mm, $l_3 = 95$ mm, $\dot{Q}_{el}/A = 100$ W·m⁻²).

Figure 12. Temporal variation of the stored energy ($l_1 = 30$ mm, $l_2 = 9$ mm, $l_3 = 95$ mm, $\dot{Q}_{el}/A = 100$ W·m⁻²).

La figure 13 représente l'évolution temporelle de la température au plancher pour différentes épaisseurs de la couche de paraffine. Cette figure met clairement en évidence la décharge de chaleur sensible lorsque $l_2 < 9$ mm.

En résumé, les spécifications de la dalle chauffante avec la paraffine sont $l_1 = 30$ mm, $l_2 = 9$ mm, $l_3 = 95$ mm, $\dot{Q}_{el}/A = 100$ W·m⁻². Sa performance en régime périodique établi est caractérisée par les valeurs suivantes : températures minimale et maximale de sa surface respectivement égales à 296,2 K et 297,5 K ; chaleur stockée égale à 2 880 kJ·m⁻² par jour.

La figure 14 compare les fluctuations de températures à la surface du plancher pour les dalles remplies d'eau et de paraffine. On observe que l'emploi de la paraffine comme matériau de stockage offre plus de confort, car l'écart de température maximal n'est que de 1,3 °C, contre 3,8 °C pour l'eau.

5. CONCLUSION

Une étude du comportement thermique de deux dalles de béton, l'une remplie d'eau et l'autre remplie

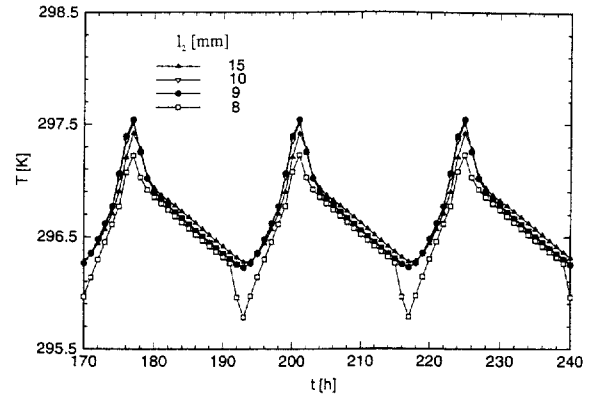


Figure 13. Température de surface du plancher en fonction du temps ($l_1 = 30$ mm, $l_3 = 95$ mm, $\dot{Q}_{el}/A = 100$ W·m⁻²).

Figure 13. Temperature of the floor surface versus time ($l_1 = 30$ mm, $l_3 = 95$ mm, $\dot{Q}_{el}/A = 100$ W·m⁻²).

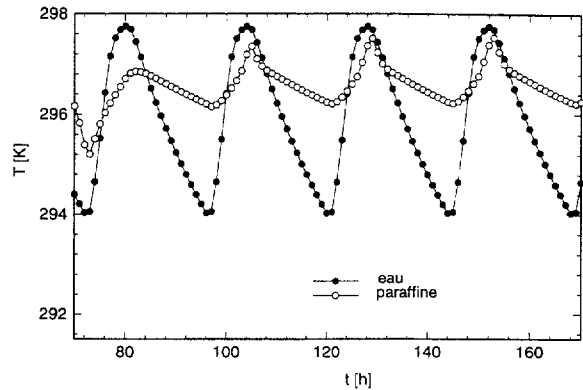


Figure 14. Température de surface du plancher (dalles optimales).

Figure 14. Temperature of the floor surface (optimum floor panels).

de paraffine, en vue d'emmagasiner de la chaleur, a été réalisée. En prenant en compte les contraintes imposées, l'épaisseur optimale de la dalle remplie d'eau est 152 mm, dont 27 mm d'eau. Cette dalle permet d'emmagasiner une quantité totale de chaleur de 2 415 kJ·m⁻² par jour ; la fluctuation maximale de la température à la surface du plancher est de 3,8 °C. La dalle remplie de paraffine a une épaisseur optimale de 134 mm, dont 9 mm de paraffine. Elle emmagasine une quantité totale de chaleur de 2 880 kJ·m⁻² par jour ; la fluctuation maximale de la température à la surface du plancher est de 1,3 °C. On en conclut que la dalle remplie de paraffine est supérieure à la dalle remplie d'eau, car elle est plus compacte, offre plus de confort et permet d'emmagasiner plus de chaleur (et ce dans un plus faible volume).

Remerciements

Les auteurs tiennent à remercier le ministère des Ressources naturelles du Québec et le Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie du Canada pour leur soutien financier.

RÉFÉRENCES

- [1] Lacroix M., Numerical simulation of a shell and tube latent heat thermal energy storage unit, *Sol. Energy* 50 (4) (1993) 357–367.
- [2] Farid M.M., Husian R.M., An electrical storage heater using the phase-change method of heat storage, *Energ. Convers. Manage* 30 (3) (1990) 219–230
- [3] Laouadi A., Lacroix M., Galanis N., Thermal performance of a planar latent heat energy storage unit with electric heat sources, in : *Fundamentals of phase change: sublimation, solidification*, conf. organised by ASME, Chicago, Nov. 13–18, 1994.
- [4] Brousseau P., Lacroix M., Numerical simulation of a compact multi-layer phase change material energy storage system, in : *Fundamentals of phase change: sublimation, solidification*, conf. organised by ASME, Chicago, Nov. 13–18, 1994.
- [5] Sparrow E.M., Broadbent J.A., Inward melting in a vertical tube which allows free expansion of the phase-change medium, *J. Heat Trans.-T. ASME* 104 (1982) 309–315
- [6] Saito A., Utaka Y., Okama S., Katayama K., A study on heat transfer thermal energy storage, *Bull. JSME* 29 (257) (1986) 3787–3794.
- [7] Wu Y.K., Lacroix M., Numerical study of natural convection dominated melting within an isothermal vertical cylinder, *T. CSME* 17 (3) 281–296.
- [8] Hirata T., Nishida K., An analysis of heat transfer using equivalent thermal conductivity of liquid phase during melting inside an isothermally heated horizontal cylinder, *Int. J. Heat Mass Tran.* 32 (9) (1989) 1663–1670.
- [9] Comini G., Nonino C., Thermal analysis of floor heating panels, *J. Numer. Heat Tr. A* 26 (1994) 537–550.
- [10] Schoenfelder J.L., Heat storage system adapted for encongruently melting heat storage materials and congruently melting heat storage materials, United States Patent, 4 241 782, 1980.
- [11] American Society of Heating, Refrigerating and Air conditioning Engineers, *Panel Heating and Cooling*, chap. 6, ASHRAE Handbook Systems and Equipment, 1992, pp. 6.1–6.17.
- [12] De Vigan J., *Planchers chauffants*, Dictobat, Dictionnaire général du bâtiment, Arcature, Ris-Orangis, 1991, p. 640.
- [13] Incropera F.P., DeWitt D.P., *Fundamentals of heat and mass transfer*, Wiley, New York, Third Edition, 1990, 919 p.
- [14] Amir M., *Modélisation d'un élément de stockage d'énergie destiné aux planchers chauffants*, Thèse, faculté des sciences appliquées, université de Sherbrooke, Canada, 1996.
- [15] Voller V.R., Fast implicit finite difference method for the analysis of phase change problems, *J. Numer. Heat Tr. B* 17 (1990) 155–169.
- [16] Alexiades V., Solomon A.D., *Mathematical modeling of melting and freezing processes*, Hemisphere Publishing Corporation, Washington, USA, 1993, 305 p.
- [17] Patankar S.V., *Computation of conduction and duct flow heat transfer*, Innovative Research, Maple Grove, Minnesota, 1991, 354 p.
- [18] Conseil national de recherche du Canada, Comité associé du code national du bâtiment, *Code national du bâtiment*, Ottawa, 1990.

Abridged English Version

Thermal analysis of electric heating floor panels with daily heat storage

In this work, we study the thermal behavior of two electric floor heating panels which could be used for heat storage. The first panel is filled with water and the second panel is filled with *n*-octadecane (*figure 1*). This device is to be used for storing heat during off-peak hours and to discharge it during peak hours. In the first case electricity is stored as sensible heat in concrete and water, and in the second case as latent heat in a phase change material (*n*-octadecane) and as sensible heat in concrete. For the analysis, it is assumed that conduction heat transfer inside the concrete and the PCM is one dimensional, and that the water temperature remains uniform at all time. Heat transfer by natural convection at concrete-water interfaces is taken into account via equations (2) and (5), and the effect of natural convection inside the liquid phase of the PCM is also taken into account by an effective conduction coefficient [2] estimated experimentally. The

heat diffusion equations for concrete (1) and for the PCM (3) are solved using a control volume approach combined with an implicit scheme [17]. In the two cases studied, the numerical model has been validated with experimental data. A parametric analysis has been carried out and an optimal configuration of the heating panel has been found out in each case. For the heating panel filled with water, the total optimal thickness is 152 mm with 27 mm water. This panel permits to store 2 415 kJ·m⁻² per day. For the panel filled with paraffin, the total optimal thickness is 134 mm with 9 mm paraffin. This panel permits to store 2 880 kJ·m⁻² per day. Also the maximum temperature fluctuation at the top surface is 3.8 °C for the water filled panel and 1.3 °C for the paraffin filled panel. The panel filled with paraffin is more compact, more comfortable and permits to store more energy (in a smaller volume) than the one filled with water.